УДК 519.925
Тагаева С. Б.
Tagaeva S.B.
tagaeva_72@mail.ru
Бишкек, Кыргызстан

Кыргызский государственный технический университет им. И.Раззакова

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ ЗАРЯДОВ НА ОТРЕЗКЕ

Өзүнчө түрткү берет мурда электрдик зарядынын дискреттик бөлүштүрүү эсепке алынган эмес адабият көрсөткөндөй, карап чыгуу. Мисалы, бул учурда, уникалдуулугу милдеттүү эмес экенин көрсөтүп турат. Бул макалада аралыгы боюнча акысыз бөлүштүрүү сүрөттөйт.

Обзор литературы показывает, что ранее не рассматривались распределения дискретных электрических зарядов, которые могут двигаться в изоляторе. Примеры показывают, что в данном случае единственность не обязательна. В данной статье рассматривается распределение зарядов на отрезке.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE SYSTEM OF EQUATIONS DESCRIBING DISTRIBUTION OF DISCRETE CHARGES ON A CUTTING

Kyrgyz State Technical University named after. I.Razzakova

A review of the literature shows that distributions of discrete electrical charges that can move in the insulator have not been considered previously. Examples show that in this case uniqueness is not necessary. In this paper we consider the distribution of charges on an interval.

Ключевые слова: *дискретные электрические заряды; закон Кулона; отталкивание; система дифференциальных уравнений.*

Keywords: *discrete electrical charges; Coulomb law; repelling; system of differential equations.*

1. Введение

Во многих работах рассматривался поиск распределения непрерывных электрических зарядов на проводнике, отталкивающихся по закону Кулона [1], в некоторых работах это именуется «основной задачей электростатики».

Было установлено, что заряды располагаются на поверхности проводника так, что напряженность электрического поля внутри проводника должна быть равна нулю. При этом на выпуклых частях проводника концентрация зарядов приблизительно пропорциональна кривизне поверхности. Это соотношение было уточнено в [1], где проведен обзор результатов.

Была доказана теорема единственности: для заданной формы проводника существует единственное распределение непрерывных зарядов.

Подчеркивалось прикладное значение таких исследований.

Рассмотрим задачу: даны две концентрированные металлические сферы с радиусами R_1и R_2, полные заряды которых равны Q_1и Q_2 соответственно. Эта ситуация не представляет собой ничего нового. Благодаря симметрии очевидно, что заряд на каждой сфере должен быть распределен равномерно. Вне большой сферы поле равно полю точечного заряда величины $Q_1 + Q_2$, так что φ_1, потенциал наружной сферы, равен $(Q_1 + Q_2)/R_1$. Потенциал внутренней сферы дается выражением:

$$\varphi_2 = \frac{Q_1+Q_2}{R_1} + \int_{R_1}^{R_2} -\frac{Q_2}{r^2}dr = \frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2} - \frac{Q_2}{R_1} = \frac{Q_1}{R_1} + \frac{Q_2}{R_2}.$$

Следовательно, φ_2 является потенциалом во всех точках внутренней сферы.

Вместе с тем, обзор литературы показывает, что ранее не рассматривались распределения дискретных электрических зарядов, которые могут двигаться в изоляторе. Примеры показывают, что в данном случае единственность не обязательна. В данной статье рассматривается распределение зарядов на отрезке.

Автор благодарит сотрудников кафедры физики Кыргызского государственного технического университета им. И. Раззакова за возможность проведения реальных экспериментов.

2. Постановка задачи

Пусть на отрезке [0;1] последовательно расположены $n \geq 3$ одинаковых зарядов. Поскольку на крайние заряды все силы отталкивания от других зарядов действуют в одну сторону, очевидно, что эти заряды займут крайние позиции: получаем

$$0 = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = 1 \qquad (1)$$

и требуется найти такие числа $x_1, \ldots, x_{n-1}$, чтобы для любого $x_i, i=1..n-1$, сумма отталкивающих сил от $x_0, \ldots, x_{i-1}$ была равна сумме отталкивающих сил от $x_{i+1}, \ldots, x_n$.

По закону Кулона, получаем систему дифференциальных уравнений (общий сомножитель в правой части не выписываем):

$$x_i'(t) = \sum_{j=0}^{i-1} (x_i(t) - x_j(t))^{-2} - \sum_{j=i+1}^{n} (x_i(t) - x_j(t))^{-2}, i = 1..n-1. \qquad (2)$$

Стационарные распределения для решения при $t \to \infty$ будут давать равновесные состояния для (1).

Поскольку решить систему (2) аналитически не представляется возможным, применим приближенные вычисления.

3. Построение компьютерной программы

Поскольку задача содержит переменную величину n, а также – необходимо предусмотреть возможность ввода начальных данных, нельзя воспользоваться известными пакетами прикладных программ. Для удобства ввода и вывода данных выбран отрезок [0, 10000], чтобы можно было представлять данные в целочисленном виде. В программе используется метод ломаных Эйлера (поскольку асимптотические распределения являются устойчивыми, точность, обеспечиваемая этим методом, является достаточной).

```
PROGRAM sab_1dn;
USES CRT;
var y,hx,vx,dx: double; i,j,nx,it,nt,np,ihand: longint;
x:array[0..100] of double;
xn:array[0..100] of integer;
begin
clrscr;
writeln('  S.Tagaeva, 2016. nx charges on segment: (x_0=0, x_nx=10000)');
write(' Input nx<16, nt(time), np(print), hx<<1   ');
readln(nx,nt,np,hx);
for i:=0 to nx do x[i]:=10000.*i/nx;
write(' If you wish to input initial values input 1 else input 0  ');
readln (ihand);
for i:=0 to nx-1 do xn[i]:=round(x[i]);
if ihand=1 then begin
for j:=1 to nx-1 do begin write('   x[',j:2,']= '); read(xn[j]);
x[j]:=xn[j] end;
end;
for j:=1 to nx-1 do write(j:5); writeln;
for j:=1 to nx-1 do write(xn[j]:5); writeln;
  for it:=0 to nt do
       begin for i:=1 to nx-1 do
     begin vx:=0.; for j:=0 to nx do
begin if j<>i then dx:=10000./sqr(x[i]-x[j])*10000.;
if j<i then vx:=vx+dx; if i<j then vx:=vx-dx;
end;
     x[i]:=x[i]+vx*hx
       end;
if it mod np =0 then
begin for j:=1 to nx-1 do
begin xn[j]:=round(x[j]); write(xn[j]:5) end; writeln;
if it mod (5*np) =0 then readln end;
  end;
```

```
readln
END.
```

4. Эксперименты с программой и выводы

Эксперименты показали, что

1) для количества зарядов от 3 до 15 вне зависимости от начального расположения зарядов (1) распределения асимптотически сходятся к одному и тому же распределению.

Отсюда возникает гипотеза, что устойчивое распределение конечного количества зарядов на отрезке единственно.

2) Приведем полученные распределения: значения чисел $x_1, \ldots x_{n-1}$

n=3: 5000

n=4:

n=15:

3) Очевидно, в силу единственности эти распределения симметричны. Видно также, что плотность зарядов увеличивается по направлениям к краям отрезка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Kolahal Bhattacharya. On the Dependence of Charge Density on Surface Curvature of an Isolated Conductor // Physica Scripta, 2016, Volume 91, Number 3, pp. 1–6.