УДК 624.1

ФИБОНАЧЧИНИН САН ТАРТИБИ КУРУЛУШТА
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ФИБОНАЧЧИ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ
FIBONACCI SEQUENCE IN CONSTRUCTION

Утищев С.О., магистрант СТм-1-17 МУИТ, КР, Бишкек, sergei.utischev@yandex.ru
Утищев С.О., магистрант СТм-1-17 МУИТ, КР, Бишкек,
Utishev S.O., graduate student СТм-1-17 IntUIT, KR, Bishkek,

Международный Университет Инновационных Технологий
International University of Innovative Technologies

Белгилүү математик Пизалык Леонардо же Фибоначчинин сан тартибин курулушта колдонуу каралган. Көпүрөнүн кайталангыс келбетин түзүүгө болот.
Последовательность великого математика Леонардо из Пизы или Фибоначчи можно использовать в строительстве. Вид мостов может быть необычайным.
The sequence of the great mathematician Leonardo from Piza or Fibonacci can used in construction. The projections of bridges can be extraordinary.

Есть нечто большее, слагающееся из сочетания и связи этих трех вещей (числа, ограничения и размещение) нечто, чем чудесно озаряется весь лик красоты. Это мы называем гармонией, которая, без сомнения, источник всякой прелести и красоты.
Leon Battista Alberti 1404-1472

Аннотация: Из многих пропорций, которыми издавна пользовался человек при создании гармонических произведений, существует одна, единственная и неповторимая, обладающая уникальными свойствами.

Abstract: Of the many proportions that people have long used to create harmonic works, there is one, one and only, possessing unique properties.

Ключевые слова: Леонардо Да Винчи; золотое сечение.

Keywords: Leonardo da Vinci; golden section.

Она отвечает такому делению целого на две части, при которой отношение большей части к меньшей равно отношению целого к большей его части (рис.1). Эту пропорцию называют по-разному- «золотой», «божественной», «золотым сечением», «золотым числом».

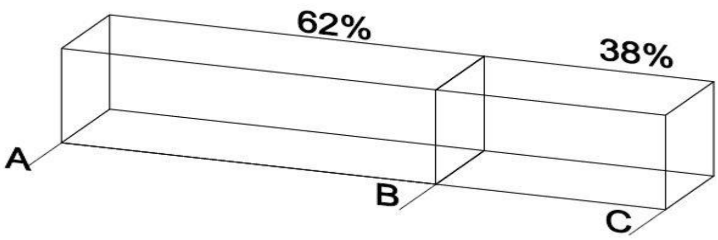

Рис.1 Схема деления целого на две части

Древние сведения о золотой пропорции относятся ко времени расцвета античной культуры. О ней упоминается в трудах великих философов Греции Пифагора, Платона, Эвклида.

В эпоху итальянского Возрождения, золотая пропорция возводится в ранг главного эстетического принципа. Леонардо да Винчи именует ее *“Sectio autea”* откуда и получил начало термин золотое сечение. (По мнению белорусского философа Э. Сороко, термин «золотое сечение» идет от Клавдия Птолемея, который дал это название числу **0.618**, убедившись в том, что рост человека правильного телосложения, делится именно в таком отношении). В 1509 г. Лука Пачоли пишет первое сочинение о золотой пропорции, названой им «Божественной». Иоганн Кеплер говорит о ней как о «Бесценном сокровище», как об одном из двух сокровищ геометрии.

После Кеплера золотое сечение было предано забвению и около 200 лет о нем никто не вспоминал. Лишь в 1850 г. немецкий ученный Цейзинг открыл его снова. Он называет его законом пропорции и обнаруживает его проявления в пропорциях человеческого тела и животных, в некоторых эллинских храмах, в ботанике и музыке.

Недостаточно знать, что золотая пропорция существует, необходимо было определить величину удивительного соотношения. Оно оказалось близкой к 1.6, а если точнее к 1.62, еще точнее к 1.618. при более углубленном математическом анализе, оказалось, что золотая пропорция является величиной иррациональной, ее нельзя представить в виде отношения двух целых чисел. Она отвечает математическому выражению:

$\left(1+\sqrt{5}\right):2=$ 1,6180339887 4989484820 4586834365 6381177203 0917980576 2862135448 6227052604 6281890244 9707207204 1893911374 8475408807 5386891752 1266338622 2353693179 3180060766 7263544333 8908659593 9582905638 3226613199 2829026788 0675208766 8925017116 9620703222 1043216269 5486262963 1361443814 9758701220 3408058879 5445474924 6185695364 8644492410 4432077134 4947049565 8467885098 7433944221 2544877066 4780915884 6074998871 2400765217 0575179788 3416625624 9407589069 7040002812 1042762177 1117778053 1531714101 1704666599 1466979873 1761356006 7087480710 1317952368 9427521948 4353056783 0022878569 9782977834 7845878228 9110976250 0302696156 1700250464 3382437764 8610283831 2683303724 2926752631 1653392473 1671112115 8818638513 3162038400 5222165791 2866752946 5490681131 7159934323 5973494985 0904094762 1322298101 7261070596 1164562990 9816290555 2085247903 5240602017 2799747175 3427775927 7862561943 2082750513 1218156285 5122248093 9471234145 1702237358 0577278616 0086883829 5230459264 7878017889 9219902707 7690389532 1968198615 1437803149 9741106926 0886742962 2675756052 3172777520 3536139362… Первая тысяча знаков значения φ[1].

Символ φ обозначается в честь древнегреческого скульптора и архитектора Фидия. Реже обозначается греческой буквой τ.

Золотая пропорция- понятие математическое, ее изучение- это прежде всего задача науки. Но она же является критерием гармонии и красоты, а это уже критерий искусства.

В математике, помимо основного закона, касающегося соотношения отрезков, примером золотого сечения является Последовательность Фибоначчи.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711,……(Последовательность A000045 в OIES).

В которой первые два числа равны либо 1 и 1, либо 0 и 1, а каждое последующее число равно сумме двух предыдущих чисел. Названа в честь средневекового математика Леонардо Пизанского (известного как Фибоначчи) (Рис.2).

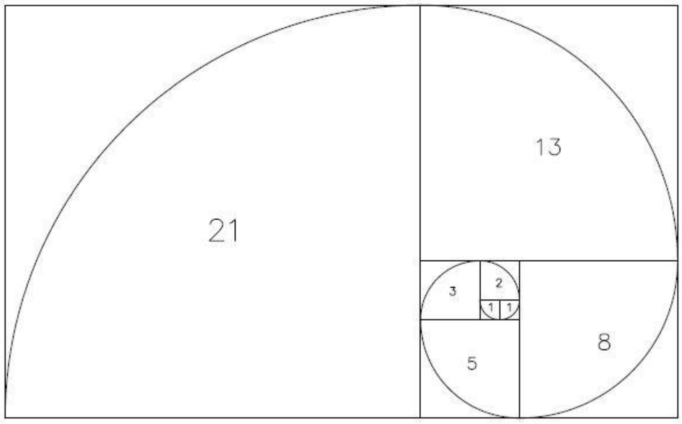

Рис.2. Спираль Фибоначчи образует золотую спираль с использованием четвертинок окружности в квадратах с размером квадратов, равных числам Фибоначчи.

Рассмотрим, например, простейший прямоугольный треугольник с отношением катетов 1:2. В этом треугольнике величина малого катета ровна 1, а большого -2. По теореме Пифагора длина гипотенузы в нем ровна - $\sqrt{5}$.

Рассмотренный треугольник был конечно известен и Пифагору и мог послужить основой для развития различных математических идей или для их подтверждения. Величина гипотенузы такого треугольника, равная $\sqrt{5}$, могла дать начало открытию несоизмеримых или иррациональных чисел.

Соотношения сторон a, b, c данного треугольника:

$$\frac{a}{b}=\frac{1}{2},\qquad \frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{1},\qquad \frac{c}{b}=\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Однако из этих величин следует и еще одно отношение:

$$\frac{a+c}{b}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618033\ldots$$

Это и есть золота пропорция, которую обычно обозначают буквой φ

Способы построения.

В геометрии существуют различные способы построения золотой пропорции. Достаточно взять простые геометрические фигуры – квадрат или прямоугольный треугольник с соотношением катетов 1:2.

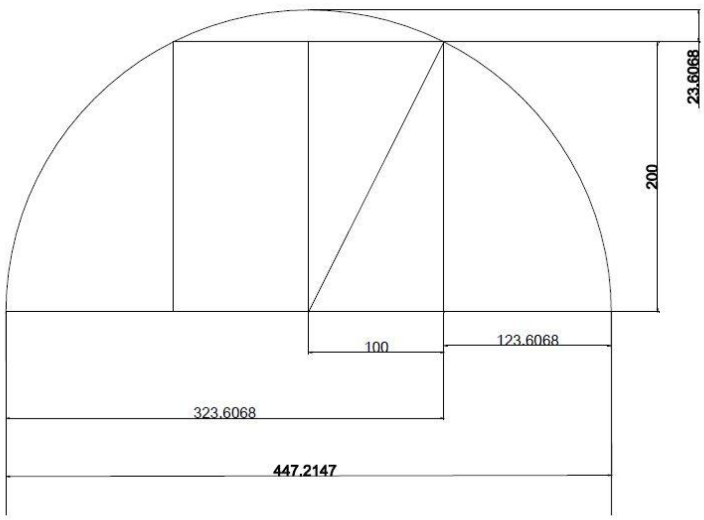

Рис.3. Окружность, радиусом равным диагонали полу квадрата.

Если с середины стороны квадрата провести окружность радиусом равным диагонали полу квадрата, то на ее пересечении с продолженной стороной квадрата, получим отрезок, который меньше стороны квадрата в соответствии с золотой пропорцией. (рис.3)

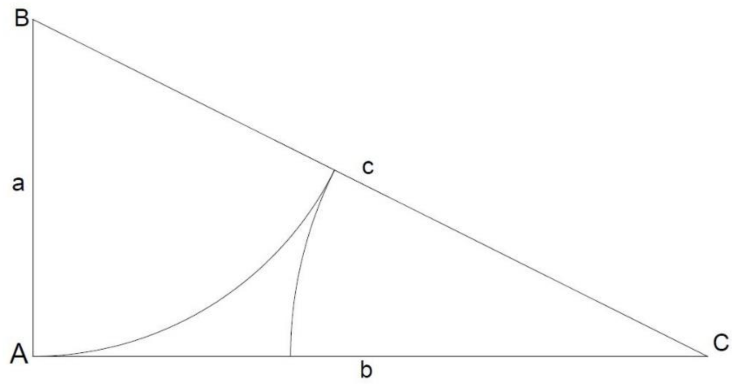

Рис.4. Прямоугольный треугольник 1:2

Для построения золотой пропорции в прямоугольном треугольнике 1:2: $\sqrt{5}$. Достаточно провести две дуги окружности, пересекающиеся в одной точке на гипотенузе, и большой катет будет разделен в соответствии с золотой пропорцией. (рис.4)

Таким образом прямоугольный треугольник с отношением катетов 1:2 мог послужить основой для открытия теоремы квадратов, золотой пропорции и несоизмеримых величин – великих открытий Пифагора.

Конечно в действительности последовательность рассуждений Пифагора, приведшая его к великим математическим открытиям, была иной.

Легче прийти к теореме квадратов исходя из рассмотрения прямоугольного треугольника со сторонами 3:4:5 который был известен с давних времен и называется «совершенным», «священным египетским», «треугольником Пифагора» или Плутарха.

Иранские архитекторы времен Ахаменидов и Сассанидов применяли этот треугольник при вычерчивании профиля своих эллиптических куполов.

Треугольник со сторонами 3:4:5 входит в число целого ряда прямоугольных треугольников, именуемых в древности «божественными», для которых справедливо отношение:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

где – a, b, c – целые числа.

Вот некоторые из этих треугольников:

$$5^2 = 4^2 + 3^2, \;\; 13^2 = 12^2 + 5^2, \;\;\; 25^2 = 24^2 + 7^2.$$

Как указывает Матила Гика, китайцы уже в XI веке до н.э. были знакомы с теоремой $5^2 = 4^2 + 3^2$.

Существует только один прямоугольный треугольник, стороны которого (x, y, z) образуют геометрическую прогрессию:

$$\frac{z}{y} = \frac{y}{x},$$

В этом треугольнике отношение гипотенузы к малому катету равно золотой пропорции φ, а два других отношения сторон

$$(z/y = y/x)$$

Отвечают корню квадратному из золотой пропорции.

Это – удивительный «золотой» треугольник, он является ярким выражением золотой пропорции.

При рассмотрении семейства равнобедренных треугольников, построенных по правилам золотой пропорции: остроугольный с углами $36°, 72°$ и $72°$ и тупоугольные с углами $108°, 36°$ и $36°$.(рис.5)

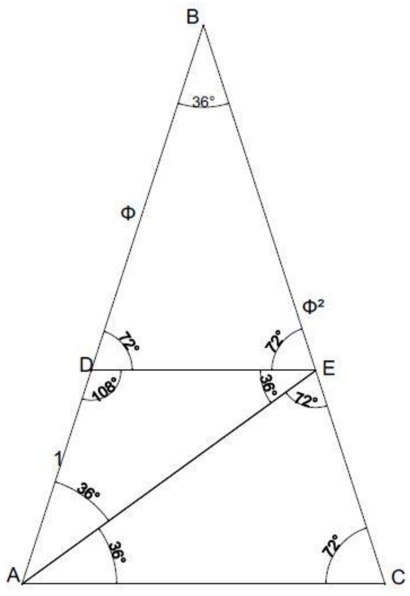

Рис.5. Острый треугольник из трех треугольников золотой пропорции.

Из рисунка 5 видно что остроугольный треугольник АВС разбивается на три треугольника золотой пропорции. В них стороны равны:

$$АД = 1,\ \ ДВ = Ф,\quad ВС = АВ = Ф + 1 = Ф^2, АС = АЕ = Ф$$

Интересен еще один треугольник, в котором проявляется золотая пропорция. В этом треугольнике углы равны $90°, 54°$ и $36°,$ а их отношение составляет 5:3:2. В этом прямоугольном треугольнике отношение большого катета к гипотенузе равно половине золотой пропорции $\varphi/2$. Это соотношение отвечает равенству $\varphi/2 = \cos 36°$. Отсюда вытекает формула, связывающая золотую пропорцию с числом π : $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 2Cos\frac{\pi}{5}$

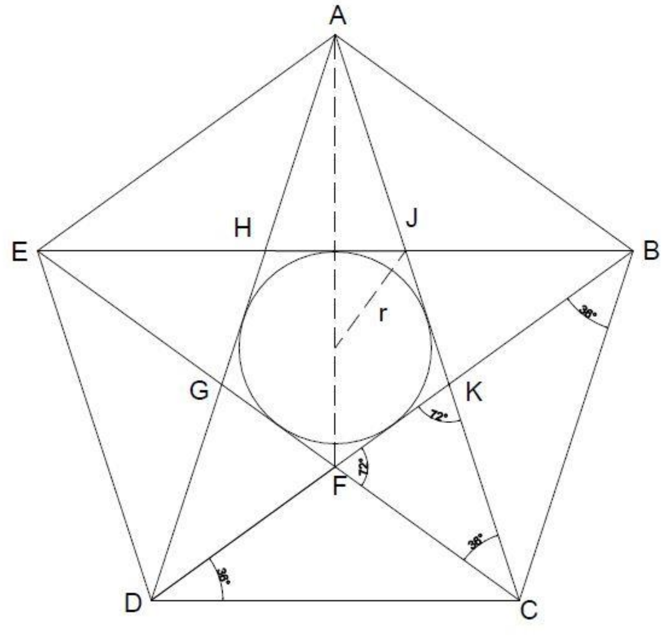

Рис. 6 Звездчатый пятиугольник золотой пропорции.

В формуле : $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 2Cos\frac{\pi}{5}$ дважды встречается число «5». И угол $36°$ является углом при вершинах пятиконечного звездчатого многоугольника. Очевидно, не случайно число «5» пять у пифагорейцев считалось священным, а пятиугольная звезда – символом союза пифагорейских философов и математиков. Оно же считалось в древности символом жизни, и это число часто встречается в строении различных растений и животных.

Как пример гармоничности и красоты можно представить, разрабатываемого проекта моста для пешеходов, элементы конструкции выполнены в золотом сечении, а точнее с использованием золотой спирали Фибоначчи (рис.3).

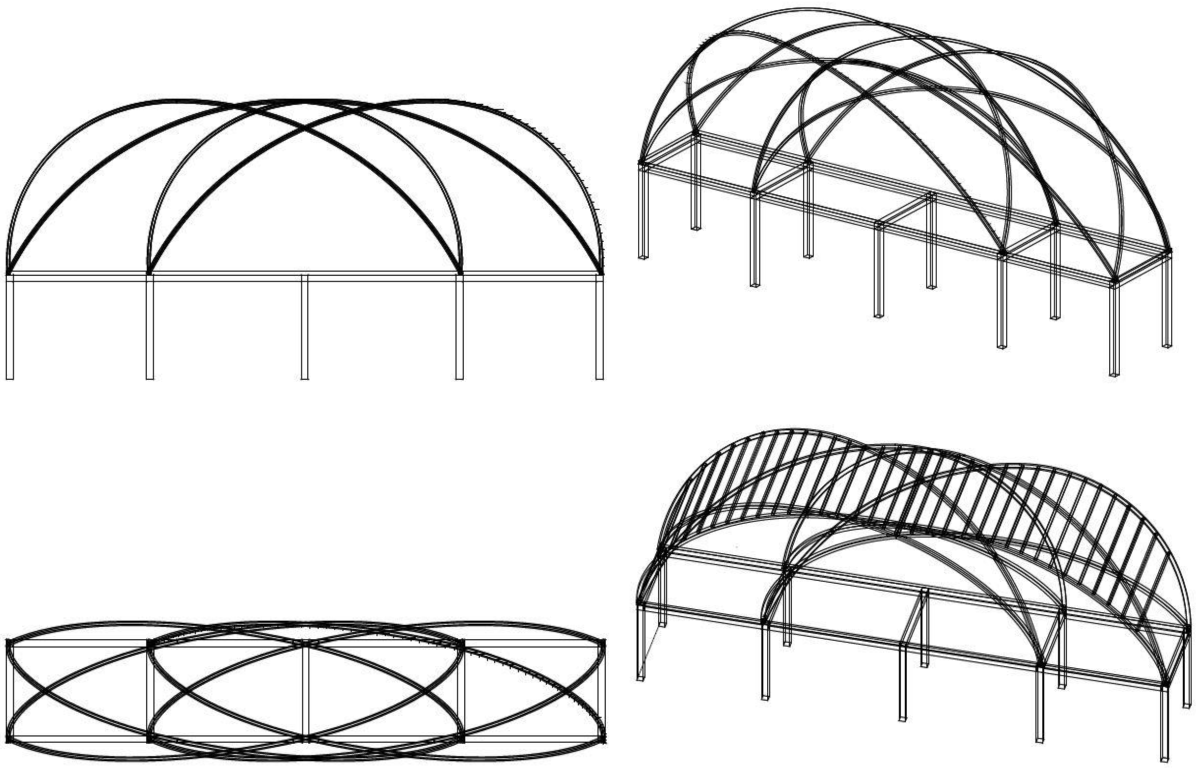

Рис.3 Вид конструктивной схемы моста с разных проекций

Выбрав такую методику использования спирали Фибоначчи, можно создавать удивительные и очень красивые конструкции. В данном примере продемонстрирован лишь один из возможных вариантов использования спирали. Конструкции такого вида могут стать украшением любого города.

Предполагается что воплощение в реальность верхней части конструкции, возможно из квадратного или прямоугольного профиля согласно ГОСТ 30245 [2].

Ниже будет представлен пример, расчета который можно использовать для выполнения расчета данной конструкции.

Литература

1. Н. Васютинский. Золотая пропорция. Москва 1990 г.
2. ГОСТ 30245-2012 Профили стальные гнутые замкнутые сварные квадратные и прямоугольные для строительных конструкций. Технические условия (с Поправкой). ЗАО "ЦНИИПСК им.Мельникова, М.: 2014. – 42с.
3. Нойферт Э. Строительное проектирование.:/ Пер. с немецкого К. Ш. Фельдмана, Ю. М .Кузьминой; Под ред. З. И. Эстрова и Е. С. Раевой. 2-е изд. М.: Стройиздат, 1991. – 392 с: ил. ISBN 5-27400236-6. Перевод издания: Bauentwurfslehre / E.Neufern. F.Viweg & Sohn Braunshweig/Wiesbaden.